

Mathematische Modellierung, Simulation und Optimierung von Gastransportnetzwerken

Pia Domschke, Martin Groß, Falk M. Hante, Benjamin Hiller, Lars Schewe und Martin Schmidt

Gasnetz, Gastransport, Simulation, Modellierung, Optimierung

Gastransport ist seit Jahrzehnten ein bedeutendes Forschungsgebiet anwendungsbezogener Mathematik. Insbesondere die Bereiche der mathematischen Modellierung, Simulation und Optimierung wurden erfolgreich auf Probleme des Gastransports angewandt. Entwicklungen in den letzten Jahren im Bereich der Gaswirtschaft erfordern allerdings weitere Fortschritte in diesen mathematischen Disziplinen. Die Arbeit an diesen Herausforderungen werden dabei auch die Grenzen des mathematisch Möglichen verschieben. Aktuell wird die dazu notwendige Grundlagenforschung seit Oktober 2014 von der Deutschen Forschungsgemeinschaft durch die Einrichtung des neuen Sonderforschungsbereichs/Transregio 154 „Mathematische Modellierung, Simulation und Optimierung am Beispiel von Gasnetzwerken“ gefördert. Gegenstand des Transregios ist nicht nur die Weiterentwicklung der genannten Teildisziplinen im Fach Mathematik. Das Ziel ist insbesondere ihre Verzahnung als Schlüssel zur Beantwortung sowohl theoretischer als auch anwendungsbezogener Fragestellungen aus dem Umfeld des Gastransports. Dieser Beitrag skizziert ausgewählte Forschungsfragen und gibt einen Überblick über die Tätigkeiten des Transregios.

Mathematical modeling, simulation, and optimization for gas transport networks

Gas transport through pipeline systems has been an important research area in applied mathematics since several decades. In particular, the disciplines of mathematical modeling, simulation, and optimization have been applied to problems from gas transport. However, recent developments related to the gas market demand further progress in these mathematical disciplines. The work on these challenges will also extend the range of the yet known mathematical methods. Recently, the necessary fundamental research for this is funded by the Deutsche Forschungsgemeinschaft by implementing the Collaborative Research Center/Transregio 154 “Mathematical Modeling, Simulation, and Optimization using the Example of Gas Networks” in October 2014. The research will include not only progress in each of the mentioned disciplines within the mathematical subject area. Rather, the main goal is a tighter linkage as a key to answer theoretical as well as applied questions associated to gas transport. This article outlines selected research issues and provides an overview of the activities within the Transregio.

In den letzten Jahren haben sich die Anforderungen an die Planung und den Betrieb von Gasnetzwerken insbesondere durch die Liberalisierung des Energiemarkts sowie den wachsenden Anteil erneuerbarer Energieträger verändert. Dadurch hat sich die Komplexität der von Netzbetreibern zu lösenden Planungsprobleme deutlich erhöht. Auf der operativen Ebene führt der höhere Anteil erneuerbarer Energien zu kurzfristigeren Änderungen der Ein- und Aus-

speisesituationen. Die Netzsteuerung muss darauf flexibel reagieren und so einen stabilen Netzbetrieb sicherstellen. Auf der taktischen Ebene sind die Netzbetreiber zur Bestimmung von kurzfristigen und langfristigen festen Kapazitäten verpflichtet, wohingegen auf der strategischen Ebene bei der Planung des Aus- und Umbaus der bestehenden Netze sich verändernden Marktbedingungen Rechnung getragen werden muss. Zu nennen sind hier

beispielsweise der Rückbau der L-Gas-Versorgung in Westdeutschland sowie die Einspeisung von Biogas.

Zur Lösung dieser Probleme ist die Unterstützung durch Softwarewerkzeuge wünschenswert. Die Entwicklung dieser Werkzeuge erfordert ein grundlegendes Verständnis des kurz-, mittel- und langfristigen Verhaltens von Gasströmungen, das einerseits durch physikalische Gesetze und andererseits durch die technischen Eigenschaften der eingesetzten Geräte (Ventile, Regler, Verdichter) bestimmt ist. Aus mathematischer Sicht sind hierfür verschiedenartige Beschreibungen (etwa Differentialgleichungen für die Gasströmung und Schaltlogik für Ventile) erforderlich. Benötigt werden also Simulations- und Optimierungsverfahren auf Basis heterogener Beschreibungen, die eine Interaktion der Komponenten, z.B. auch in einem hochdynamischen Lastfall, berücksichtigen. Solche Verfahren stecken noch in den Anfängen - insbesondere deren theoretische Fundierung. Die Entwicklung der Grundlagen für diese Verfahren sind das Ziel des Sonderforschungsbereichs/Transregio 154 „Mathematische Modellierung, Simulation und Optimierung am Beispiel von Gasnetzwerken“. Die Forschungsarbeiten an den beteiligten Standorten, der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, der Technischen Universität Darmstadt, der Technischen Universität Berlin, der Humboldt-Universität zu Berlin sowie den Partnerinstitutionen Weierstraß-Institut Berlin, Zuse-Institut Berlin und Universität Duisburg-Essen haben im Oktober 2014 begonnen.

Die Kernthemen des Transregios sind die mathematische Modellierung, Simulation und Optimierung. Bei der Modellierung geht es dabei um das Aufstellen mathematischer Beschreibungen der Gasnetzwerkdynamik auf Basis der zugrunde liegenden Physik, einer gewünschten Genauigkeit und ggf. unsicheren Lastsituationen oder unsicheren technischen Netzparametern. **Bild 1** zeigt Beispiele für zu berücksichtigende Netzkomponenten. Die Simulation liefert auf Basis eines Modells eine Vorhersage der Systemdynamik für vorgegebene Steuerungsstrategien, die genau festlegen, wann beispielsweise Ventile geöffnet oder geschlossen werden oder wie die Ausgangsdrücke von Reglern und Verdichtern gesteuert werden. Unter Optimierung wird die Berechnung einer Steuerungsstrategie verstanden, welche die durch die Modellierung gegebenen Nebenbedingungen im Rahmen der Modellgenauigkeit einhält und gleichzeitig beispielsweise den geringsten Treibgasverbrauch erzeugt. Kennzeichen der betrachteten mathematischen Optimierungsverfahren ist, dass sie beweisbare Aussagen liefern, wie z.B., dass es keine bessere Steuerungsstrategie gibt. Die so charakterisierten Steuerungsstrategien können dann als Entscheidungshilfe zur Lösung der oben angesprochenen Planungsprobleme herangezogen werden.



Bild 1: Beispiele für Netzkomponenten, die bei der Modellierung, Simulation und Optimierung von Gasnetzwerken berücksichtigt werden müssen

In diesem Artikel werden die Kernthemen des Transregios näher beleuchtet. Dazu wird im Folgenden exemplarisch auf den Forschungsstand und die Forschungsvorhaben in Bezug auf die Verzahnung der angesprochenen Kernthemen des Transregios eingegangen.

1. Modellierung und Simulation

Bei der Modellierung eines Gasnetzwerks müssen die wichtigen Elemente wie z. B. Rohre, Ventile oder Verdichter und die Netzstruktur berücksichtigt werden. Mathematisch lässt sich ein solches Netzwerk als gerichteter Graph mit Kanten und Knoten beschreiben. Die Kanten stellen hierbei die Netzwerkelemente wie Rohre oder Verdichter dar und die Knoten modellieren Verzweigungspunkte sowie Ein- und Ausspeisepunkte.

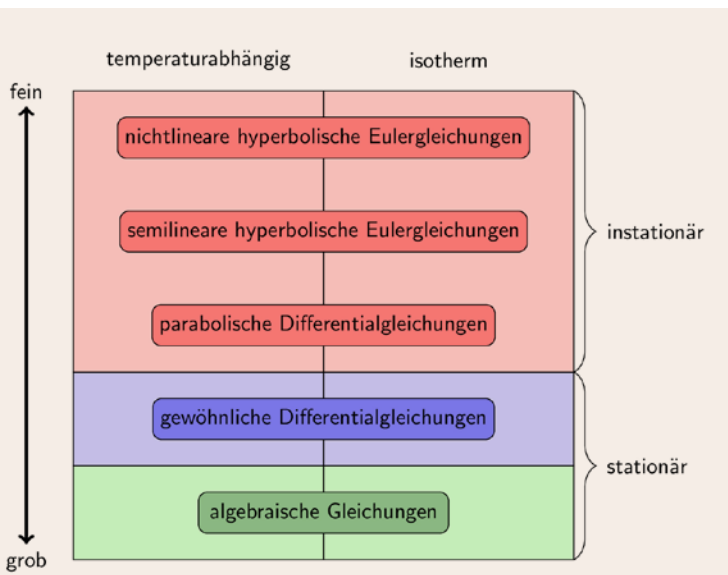


Bild 2: Eine Modellhierarchie für den Gasfluss in Rohren

Je nach Art des Netzelements kommen für eine näherungsweise Abbildung des realen Verhaltens verschiedene Modellklassen unterschiedlicher Genauigkeit infrage [1, 2]. Entsprechend der jeweiligen Genauigkeit sowie der Beziehungen der Modelle untereinander können die Modelle für jedes Netzwerkelement in einer Hierarchie angeordnet werden. Im Transregio wird diese Modellhierarchie systematisch genutzt und bildet so eine gemeinsame Grundlage für die im Folgenden näher beschriebenen Simulations- und Optimierungsverfahren.

Beispielsweise basieren Modelle für den Gasfluss in den Rohren auf den eindimensionalen Eulergleichungen - einem nichtlinearen System hyperbolischer partieller Differentialgleichungen - sowie der Zustandsgleichung für reale Gase. Abhängig vom Vereinfachungsgrad ergeben sich daraus semilineare partielle Differentialgleichungen oder im stationären Fall sogar gewöhnliche Differentialgleichungen, die eine analytische Lösung besitzen, vgl. **Bild 2**. Ventile können entweder geöffnet oder geschlossen sein. Der aktuelle Zustand kann über eine Binärvariable modelliert werden. Dies führt zu einem gemischt-ganzzahligen Ventilmodell. Die möglichen Arbeitspunkte eines Verdichters werden durch Kennfelder beschrieben, die durch quadratische Gleichungen und Ungleichungen approximiert werden [3]. Hinzu kommen weitere nichtlineare Gleichungen, z.B. zur Modellierung der Leistungsaufnahme der Verdichter, sodass sich insgesamt ein nichtlineares und nichtkonvexes Verdichtermmodell ergibt. Daneben existieren in der Literatur eine Vielzahl von vereinfachten Modellen für Verdichter [2].

Die Aufgabe der Simulation ist es, mithilfe von numerischen Verfahren den Netzzustand bei gegebenen

Anfangs- und Randwerten sowie einer festgelegten Steuerungsstrategie vorherzusagen. Für die Simulation der einzelnen Netzelemente wie Rohr, Ventil, Kühler, etc. sind sowohl grobe als auch hochauflösende Modelle und dafür geeignete numerische Lösungsverfahren bekannt. Kommerzielle Simulatoren [4, 5] bieten die Möglichkeit einer Simulation realer Gasnetze durch Kopplung solcher Netzelementmodelle bei festgelegtem Verhalten der aktiven Elemente (Ventilstellungen, Ausgangsdrücke für aktive Regler und Verdichter, etc.), wobei dem Nutzer die Auswahl der Modelle (z.B. mit oder ohne Temperaturdynamik) überlassen bleibt. Als Problem für den Nutzer erweist sich die unbekanntene Genauigkeit der mit den kommerziellen Simulatoren erzielten Simulationsergebnisse und das Versagen der Simulation für bestimmte Szenarien. So beobachtet man beispielsweise signifikante Abweichungen bei Netzen mit sehr langen Rohren und bei Netzen mit hohen Druckschwankungen. Um eine stabile, effiziente und hinreichend genaue Simulation zu gewährleisten, müssen sämtliche Fehler (Messfehler, Modellfehler, Diskretisierungsfehler, Rundungsfehler, Datenfehler, etc.) zuverlässig geschätzt und automatisiert gesteuert bzw. geregelt werden. Im Transregio werden hierfür u.a. die adaptive Änderung von Teilmodellen, adaptive Diskretisierungsstrategien sowie netztopologische Steuerungen untersucht. Die Nutzung dieser Methoden für eine genügend genaue Simulation erfordert eine ganzheitliche mathematische Behandlung des Gesamtmodells. Auf einer groben Ebene der Modellhierarchie führt dies zu gemischt-ganzzahligen, nichtlinearen algebraischen Gleichungssystemen. In genaueren Ebenen ergeben sich zusätzliche Kopplungen mit partiellen Differentialgleichungen. Diese Kopplung ist eine erhebliche Herausforderung für die Modellierung und Simulation, deren Komplexität im Transregio durch verschiedene Konzepte begegnet wird.

Durch Fixierung der ganzzahligen Variablen, d.h. der Kontrolle der aktiven Elemente, ergeben sich Systeme algebraisch gekoppelter, nichtlinearer partieller Differentialgleichungen. Die Entwicklung einer Lösungstheorie und die numerische Behandlung dieser Systeme wird durch Störungsabschätzungen, wie im Fall elektrischer Netze [6], angestrebt. Darüber hinaus sollen für das Gesamtnetzmodell charakteristische Teilnetzstrukturen automatisch erkannt und für diese vereinfachte instationäre Surrogatmodelle durch Modellreduktionsmethoden wie in [7] abgeleitet werden. Diese Surrogatmodelle können dann wieder mit dem Restnetzmodell gekoppelt werden. Ein Teilaspekt dabei ist die Entwicklung und Analyse numerischer Verfahren für hyperbolische Probleme mit parabolischem Grenzverhalten, wie sie beispielsweise bei langen Rohren in

Gasnetzen auftreten [8]. Werden hingegen die ganzzahligen Variablen als Systemzustand betrachtet oder Sprünge innerhalb der Modellhierarchie zugelassen, ergeben sich sogenannte hybride dynamische Systeme. Die bekannten Ergebnisse beschränken sich jedoch größtenteils auf Systeme mit algebraisch gekoppelten gewöhnlichen Differentialgleichungen [9]. Im Transregio wird hingegen die Modellierung eines Gasnetzwerks als hybrides dynamisches System unter Berücksichtigung der Rohrphysik mit partiellen Differentialgleichungen untersucht.

Für die Simulation können dann in Teilen des Netzwerks unterschiedliche (z.B. stationäre und instationäre) Modelle verwendet und in Abhängigkeit vom Zustand automatisch gewechselt werden. Der Einsatz von Fehler-schätzern und Fehlerreglern stellt dabei eine gewünschte Genauigkeit der Simulation sicher und reduziert gleichzeitig die Rechenzeit. Für den isothermen Fall wurde dies bereits in [10] betrachtet; die Methodik soll im Rahmen des Transregios auf temperaturabhängige Modelle erweitert werden. Dabei bestehen die Herausforderungen beispielsweise darin, dass zulässige Rand- und Kopplungsbedingungen zur Beschreibung des gesamten Netzwerks direkt vom aktuellen Zustand des Netzes abhängen und sich während der Simulation ändern können. Die bei solchen Modellkopplungen entstehenden Instabilitäten werden ebenfalls adressiert. In der Vergangenheit wurden z.B. Remodellierungstechniken entwickelt, die klassische Konvergenz- und Genauigkeitsaussagen für dynamische Systeme auf differential-algebraische Systeme erweitern [11]. Im Rahmen des Transregios werden Regelungsalgorithmen entwickelt, die Modelle und Methoden für das gesamte Netzwerk derart verkoppeln, dass für das Gesamtsystem die Fehler analysiert und balanciert werden können.

Die skizzierten Verfahren sollen später zuverlässige und effiziente Prognosen bei vorgegebener Genauigkeit ermöglichen, z.B. über das Verhalten von Gasströmungen bei starken Lastwechseln, über die Speicherbarkeit von Gas im Transportnetz oder über die Abkühlung des Gases durch Wärmeaustausch. Außerdem können die Ergebnisse der Modellierung und Simulationen direkt als Grundlage für die Optimierung oder auch zur Validierung von optimalen Steuerungsstrategien verwendet werden.

2. Optimierung

Die Aufgabe der Optimierung ist die Bereitstellung von Methoden zur automatisierten Bestimmung optimaler Konfigurationen von Netzelementen wie Ventilen oder Verdichtern, beispielsweise zur Minimierung des Treibgasverbrauchs. Zusätzlich wird dabei die Einhaltung von Nebenbedingungen (ggf. unter Berücksichtigung von

Unsicherheiten) sichergestellt. Im Allgemeinen werden in der Optimierung zwei unterschiedliche Strategien verfolgt: Eine zuerst erfolgende vollständige Diskretisierung der Modellgleichungen führt auf Problemstellungen, die in der Mathematik dem Bereich der gemischt-ganzzahligen (nichtlinearen) Optimierung zugeordnet werden. Einen größeren Schwerpunkt auf die Behandlung der Differentialgleichungen hingegen liefern Ansätze der Variationsrechnung, die im Gebiet der Optimalsteuerung untersucht werden.

Der Ansatz der Diskretisierung der Differentialgleichungen führt in Anwendung auf Gasnetze auf endlichdimensionale, aber dennoch sehr komplexe Optimierungs- oder Zulässigkeitsprobleme. Die Komplexität entsteht im Wesentlichen durch die folgenden Aspekte: Zum einen beinhalten die Modelle sowohl ganzzahlige Variablen aufgrund von Netzelementen wie Ventilen (offen oder geschlossen) oder Verdichterstationen (Auswahl der Fahrwege) als auch kontinuierliche Variablen, die beispielsweise Drücke, Flüsse oder Verdichterdrehzahlen modellieren. Zum anderen führt die Diskretisierung der nichtlinearen Gleichungen der Gasphysik auf große und hochgradig nichtlineare und nichtkonvexe Gleichungs- und Ungleichungssysteme.

Sowohl die Theorie als auch die Algorithmik für diese Problemklasse sind Gegenstand aktueller mathematischer Forschung [12]. Zudem wurde diese Methodik in der Vergangenheit bereits erfolgreich zur Lösung stationärer Probleme des Gastransports wie der Beurteilung technischer Zulässigkeit von Nominierungen angewandt [2, 13]. Aufgrund der hohen Nichtlinearität und Nichtkonvexität sowie der Größe von instationären Gasnetzmodellen lassen sich diese aber noch nicht zufriedenstellend mit aktuellen Methoden aus der mathematischen Literatur lösen, so dass problemspezifische Lösungsmethoden entwickelt werden müssen. Zentrale Ideen der zu entwickelnden Methoden sind beispielsweise die Ausnutzung der für Gasnetzwerke zur Verfügung stehenden Modellhierarchie sowie die Konstruktion adaptiv verfeinerter linearer Approximationen der nichtlinearen Modelle.

Zudem werden im Rahmen der gemischt-ganzzahligen Optimierung die Modelle und Methoden derart erweitert, dass Lösungen gefunden werden können, die für jede Realisierung der unsicheren Problemdaten, wie z.B. der Rohrrauigkeit, zulässig sind. Dies führt auf das Gebiet der robusten Optimierung [14]. Die Entscheidungen (z.B. Ventilstellungen) müssen hier getroffen werden, ohne dass bekannt ist, welche konkrete Realisierung der unsicheren Eingabedaten vorliegt.

Der Ansatz der Variationsrechnung führt ab einer gewissen Ebene der Modellhierarchie auf Probleme der Optimalsteuerung partieller Differentialgleichungen. In diesem Gebiet gab es in den vergangenen Jahren, auch durch Schwerpunktprogramme der Deutschen For-

schungsgemeinschaft, beachtliche Erfolge mit Blick auf numerische Effizienz oder eine theoriegestützte Behandlung von Zustandsnebenbedingungen. Letzteres ist ein wesentlicher Aspekt der Gasnetzwerkoptimierung, z.B. zur Sicherstellung der Einhaltung von Druckschranken. Der zugehörige Lagrangeformalismus basiert jedoch auf numerisch schwer umsetzbaren Konzepten der Maßtheorie. Im Fall elliptischer und parabolischer Gleichungen haben sich daher Regularisierungskonzepte etabliert, die eine Zustandsbeschränkung durch einen geeignet konstruierten Strafterm eliminieren. Die Optimalitätsbedingungen des so regularisierten Problems erweisen sich dann als zugänglich für semiglatte Newtonverfahren, die nachweislich gitterunabhängig mit superlinearer Geschwindigkeit konvergieren [15]. Die Anwendbarkeit solcher Methoden im Fall der hyperbolischen Eulergleichungen wird im Rahmen des Transregios untersucht.

Zur Optimierung hybrider dynamischer Systeme ist zusätzlich eine Häufung ganzzahliger Zustandswechsel auszuschließen, etwa um Ventilflattern zu vermeiden. Für einzelne Transportgleichungen wurden diese Aspekte bereits untersucht [16]. Die Erweiterung dieser Theorie auf Systeme der Gasnetzwerkmodellierung ist ebenfalls Gegenstand der Forschung im Transregio. Die Schwierigkeiten liegen dabei in der Konstruktion geeigneter Lösungsbegriffe und deren Regularität. Wenn solche Häufungseffekte ausgeschlossen sind, lassen sich beispielsweise Schaltentscheidungen durch geeignete Parametrisierungen in ein rein kombinatorisches und ein rein kontinuierliches Problem zerlegen, für die jeweils Optimierungsmethoden vom bereits genannten Typ zur Verfügung stehen. Ein akademisches Beispiel für einen solchen Zugang zur Ventilsteuerung wird in [17] diskutiert.

Wie bei der gemischt-ganzzahligen nichtlinearen Optimierung werden auch bei der Optimalsteuerung Unsicherheiten wie beispielsweise zufallsbehaftete Lastflusssituationen an den Ein- und Ausspeiseknoten adressiert. Hier werden die Unsicherheiten durch Techniken der stochastischen Programmierung, wie in [18], quantifiziert und bei der Charakterisierung optimaler Steuerungen berücksichtigt. Umgekehrt können durch die Erweite-

rung von Methoden der optimalen Steuerung wie in [19] auch unsichere Daten, etwa Gasmischungsparameter bei der Einspeisung von Biogas, identifiziert werden.

Ein wesentliches Ziel des Transregios ist zudem die Erforschung einer systematischen Verzahnung der oben genannten und bisher größtenteils getrennt behandelten Bereiche der gemischt-ganzzahligen (nichtlinearen) Optimierung und der Optimalsteuerung, vgl. **Bild 3**. Somit zielt das Forschungsprogramm auf neue Algorithmen in dem Paradigma einer ganzzahlig-kontinuierlichen Optimalsteuerung ab, die, wie z.B. in [20], methodisch Ableitungsinformationen und ganzzahlige Programmierung kombinieren. Eine weitere Aufgabe des Transregios ist es, in vertretbarer Rechenzeit zulässige oder sogar optimale Lösungen für Gastransportprobleme zu bestimmen, die gegebenen technisch-physikalischen Genauigkeitsanforderungen genügen. Dazu werden Verfahren entwickelt, die, wie in der Simulation, zustandsabhängig entscheiden, für welche Netzbereiche welche Ebene der Modellhierarchie ausreicht. Dass ein solches Zusammenspiel Ergebnisse verbesserter Qualität liefern kann, wurde beispielsweise in [21] anhand eines kleinen Gasnetzes demonstriert.

3. Schlusswort

Das Anwendungsgebiet des Gastransports durch Rohrleitungssysteme stellt eine hervorragende Möglichkeit dar, durch anwendungsbezogene Forschung den Kenntnisstand in den Bereichen der mathematischen Modellierung, Simulation und Optimierung zu erweitern. Neben der Bearbeitung einzelner Forschungsfragen in diesen Bereichen setzt sich der Transregio aber vor allem zum Ziel, die genannten Gebiete zu verknüpfen. Dieser Ansatz verspricht nicht nur neue theoretische Ergebnisse und Fortschritte bei numerischen Verfahren der Simulation und Optimierung. Darüber hinaus ermöglicht die Integration von Simulations- und Optimierungsverfahren auf Basis einer fundierten mathematischen Modellierung die zukünftige Entwicklung von Software, die Praktiker bei der Lösung von Planungsproblemen wie der Bestimmung der technischen Kapazität von Gasnetzen oder dem Netzausbau maßgeblich unterstützen kann. Außerdem ist es möglich, die gewonnenen Erkenntnisse auch auf andere Transportnetze, wie z.B. Wassernetzwerke, zu übertragen.

Literatur

- [1] *Cerbe, G.*: Grundlagen der Gastechnik: Gasbeschaffung - Gasverteilung - Gasverwendung, Hanser Verlag, 2008
- [2] *Koch, T.; Hiller, B.; Pfetsch, M. E. und Schewe, L.* (Hrsg.): Evaluating Gas Network Capacities. SIAM-MOS Series on Optimization. SIAM, 2015
- [3] *Traupel, W.*: Thermische Turbomaschinen, 2. Band, Springer-Verlag, 1982

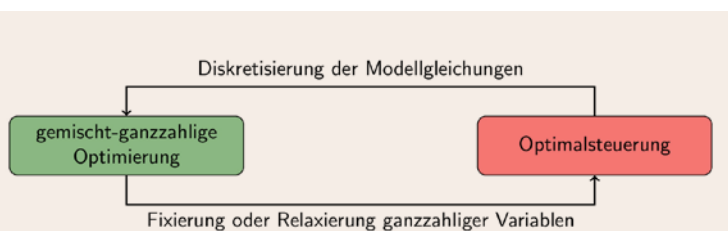


Bild 3: Schematische Verzahnung der unterschiedlichen Optimierungsparadigmen

- [4] Liwacom Informationstechnik: SIMONE Software. <https://www.liwacom.de/simone-software> (Stand: September 2015)
- [5] PSIEnergy Oil & Gas: PSI Ganesi Simulation and Reconstruction. http://www.psoilandgas.com/fileadmin/downloads/OIL_GAS/GANESI_online1.pdf (Stand: September 2015)
- [6] *Jansen, L.; Matthes, M. und Tischendorf, C.*: Global unique solvability for memristive circuit DAEs of index 1. *International Journal of Circuit Theory and Applications* 43 (2013), S. 73-93
- [7] *Grundel, S.; Jansen, L.; Hornung, N.; Benner, P.; Clees, T. und Tischendorf, C.*: Model order reduction of differential algebraic equations arising from the simulation of gas transport networks. Technical Report MPIMD/13-09, 2013
- [8] *Egger, H. und Schöberl, J.*: A hybrid mixed discontinuous Galerkin finite-element method for convection-diffusion problems. *IMA Journal of Numerical Analysis* 30 (2010), S. 1206-1234
- [9] *Goebel, R.; Sanfelice, R. G. und Teel, A. R.*: Hybrid dynamical systems - Modeling, stability, and robustness. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 2012
- [10] *Domschke, P.; Kolb, O. und Lang, J.*: Adjoint-Based Control of Model and Discretization Errors for Gas and Water Supply Networks. *Computational Optimization and Applications in Engineering and Industry*; Vol. 359 of Studies in Computational Intelligence, Springer (2011), S. 1-17
- [11] *Kunkel, P. und Mehrmann, V.*: Differential-Algebraic Equations - Analysis and Numerical Solution; EMS Publishing House, Zürich, 2006
- [12] *Belotti, P.; Kirches, C.; Leyffer, S.; Linderoth, J.; Luedtke, J. und Mahajan, A.*: Mixed-Integer Nonlinear Optimization. *Acta Numerica* 22 (2013), S. 1-131
- [13] *Pfetsch, M. E.; Fügenschuh, A.; Geißler, B.; Geißler, N.; Gollmer, R.; Hiller, B.; Humpola, J.; Koch, T.; Lehmann, T.; Martin, A.; Morsi, A.; Rövekamp, J.; Schewe, L.; Schmidt, M.; Schultz, R.; Schwarz, R.; Schweiger, J.; Stangl, C.; Steinbach, M. C.; Vigerske, S. und Willert, B. M.*: Validation of Nominations in Gas Network Optimization: Models, Methods, and Solutions. *Optimization Methods and Software*, 30 (2015), Nr. 1, S. 15-53
- [14] *Ben-Tal, A.; El Ghaoui, L. und Nemirovski, A.*: Robust Optimization. Princeton Series in Applied Mathematics. Princeton University Press, 2009
- [15] *Hinze, M.; Pinnau, R.; Ulbrich, M. und S. Ulbrich*: Optimization with PDE constraints. Vol. 23 of *Mathematical Modelling: Theory and Applications*, Springer, New York, 2009
- [16] *Hante, F. M.; Leugering, G. und Seidman, T. I.*: Modeling and Analysis of Modal Switching in Networked Transport Systems. *Applied Mathematics and Optimization*, 59 (2009), Nr. 2, S. 275-292
- [17] *Hante, F. M. und Leugering, G.*: Optimal Boundary Control of Convection-Reaction Transport Systems with Binary Control Functions. In: *Hybrid Systems: Computation and Control*, R. Majumdar und P. Tabuada (Hrsg.), Vol. 5469 of *Lecture Notes in Computer Science*, Springer (2009), S. 209-222
- [18] *Birge, J. und Louveaux, F.*: Introduction to Stochastic Programming. Springer-Verlag, New York, 2011
- [19] *Hintermüller, M. und Tber, M. H.*: An inverse problem in American options as a mathematical program with equilibrium constraints: C-stationarity and an active-set-Newton solver. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 48 (2010), Nr. 7, S. 4419-4452
- [20] *Hante, F. M. und Sager, S.*: Relaxation Methods for Mixed-Integer Optimal Control of Partial Differential Equations. *Computational Optimization and Applications*, 55 (2013), Nr. 1, S. 197-225
- [21] *Domschke, P.; Geißler, B.; Kolb, O.; Lang, J.; Martin, A. und Morsi, A.*: Combination of nonlinear and linear optimization of transient gas networks. *INFORMS Journal on Computing*, 23 (2011), S. 605-617

Autoren



Dr. Pia Domschke

FB Mathematik, Numerik und
Wissenschaftliches Rechnen |
Technische Universität |
Darmstadt |
Tel. +49 6151 16 70995 |
E-Mail: domschke@mathematik.tu-darmstadt.de



Dr. Martin Groß

FB Mathematik, Kombinatorische
Optimierung und Graphenalgorithmen |
Technische Universität |
Berlin |
Tel.: +49 30 314 27448 |
E-Mail: gross@math.tu-berlin.de



Dr. Falk M. Hante

Department Mathematik, Lehrstuhl
für Angewandte Mathematik II |
Friedrich-Alexander-Universität |
Erlangen-Nürnberg |
Tel. +49 9131 85 67128 |
E-Mail: hante@fau.de



Dr. Benjamin Hiller

Konrad-Zuse-Zentrum
für Informationstechnik Berlin (ZIB),
Mathematical Optimization |
Berlin |
Tel. +49 30 84185 406 |
E-Mail: hiller@zib.de



Dr. Lars Schewe

Department Mathematik, Lehrstuhl
für Wirtschaftsmathematik |
Friedrich-Alexander-Universität |
Erlangen-Nürnberg |
Tel. +49 9131 85 67186 |
E-Mail: lars.schewe@math.uni-erlangen.de



Juniorprofessor Dr. Martin Schmidt

Department Mathematik, Lehrstuhl
für Wirtschaftsmathematik |
Friedrich-Alexander-Universität |
Erlangen-Nürnberg |
Tel. +49 9131 85 67160 |
E-Mail: mar.schmidt@fau.de